

## **ТЕСТИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ КВАДРАТНОЙ ПЛАСТИНЫ С ДВЕНАДЦАТЬЮ ТЕРМОЭЛЕМЕНТАМИ НА АЛЬТЕРНАТИВНОМ БАЗИСЕ**

На основе серендипового конечного элемента бикубической интерполяции, предложен метод нахождения температуры в любой момент времени.

**Ключевые слова:** серендипов конечный элемент бикубической интерполяции, базисная функция, температурное поле, динамические термоэлементы.

### **Постановка проблемы в общем виде**

В последнее время в инженерной практике при решении граничных задач все чаще применяется дискретное моделирование, которое открывает путь к широкому использованию численных методов, ориентированных на ЭВМ. При этом важную роль играют серендиповые конечные элементы, которые в комбинации с элементами треугольной формы аппроксимируют области сложной конфигурации. Как известно, влияние базиса на исследуемое поле элемента очень велико: некоторые базисы в отдельных точках занижают поле, а некоторые – завышают его. С помощью компьютерного тестирования удалось обнаружить явление стойкости серендиповых поверхностей по отношению к базису. Были сформулированы условия стойкости поля относительно базиса на серендиповых элементах 2-го, 3-го и 4-го порядков, как в двумерном, так и в трехмерном пространствах. Фактически, предшественники рассматривали аспекты стационарного температурного поля [1-7].

Поставим задачу: исследовать влияние термоэлементов, которые работают в собственных температурных режимах, на формообразование (рельеф) температурного поля.

## Анализ публикаций

Данная работа имеет истоки исследований [1-7].

## Цель статьи

Основная цель статьи – нахождение температуры в произвольной точке квадратной пластины в любой момент времени.

## Основная часть

Наличие серендипового конечного элемента бикубической интерполяции предоставляет возможность сформулировать краевую задачу на квадрате с дискретными условиями Дирихле на границе. Зададим температурные режимы термоэлементов в двенадцати узлах конечного элемента:

$$\begin{aligned} T_1(t) &= \cos t; T_2(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{6}); T_3(t) = \cos(3t + \frac{\pi}{6}); T_4(t) = \sin(4t + \frac{\pi}{3}); \\ T_5(t) &= \cos(5t + \frac{\pi}{2}); T_6(t) = \sin(6t + \frac{\pi}{4}); T_7(t) = \cos(7t + \frac{\pi}{2}); T_8(t) = \sin(8t + \frac{\pi}{3}); \\ T_9(t) &= \cos(9t + \frac{\pi}{2}); T_{10}(t) = \sin(9t + \frac{\pi}{6}); T_{11}(t) = \cos(9t + \frac{\pi}{4}); T_{12}(t) = \sin(10t + \frac{\pi}{3}). \end{aligned} \quad (1)$$

Температура в произвольной точке квадратной пластины и в любой момент времени определяется следующей формулой:

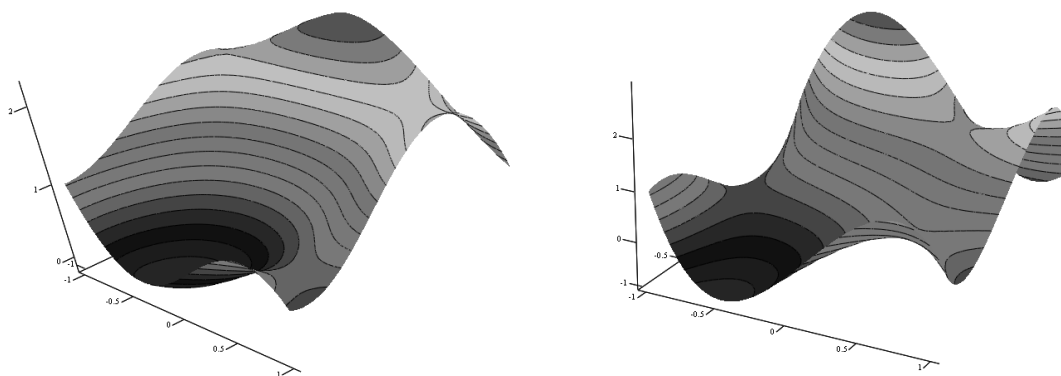
$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot T_i(t) \quad (2)$$

где  $N_i(x, y)$  – базисные функции бикубической интерполяции,  $T_i(t)$  – температурные режимы термоэлементов.

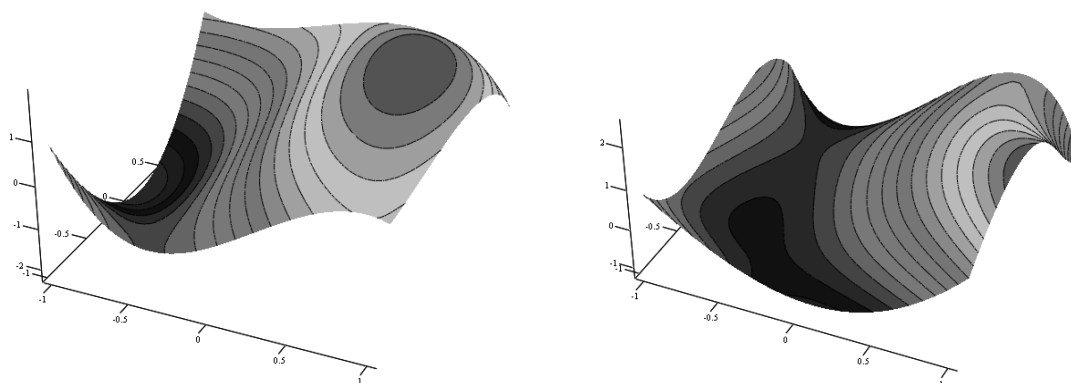
Альтернативный базис бикубической интерполяции:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(1+x+y)^2 - 1), \\ N_2(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1-y)(9(1-x+y)^2 - 1), \\ N_3(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1+y)(9(1-x-y)^2 - 1), \\ N_4(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1+y)(9(1+x-y)^2 - 1), \\ N_5(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(-3x-y), \quad N_6(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(3x-y), \\ N_7(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1+x)(x-3y), \quad N_8(x, y) = \frac{9}{32}(1-y^2)(1+x)(x+3y), \\ N_9(x, y) &= \frac{9}{32}(1-x^2)(1+y)(3x+y), \quad N_{10}(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1+y)(-3x+y), \\ N_{11}(x, y) &= \frac{9}{32}(1-y^2)(1-x)(-x+3y), \quad N_{12}(x, y) = \frac{9}{32}(1-y^2)(1-x)(-x-3y). \end{aligned} \quad (3)$$

С помощью систем автоматизированного проектирования Mathcad 14 и Компас 11 были созданы поверхности температурных полей (2). Продемонстрируем скриншоты (рис.1, рис.2) в следующие моменты времени:  $t = 0, 10 \text{ с}, 20 \text{ с}, 30 \text{ с}$ .



**Рис.1.** Поверхности температурных полей  $t=0$  (слева) и  $t=10 \text{ с}$  (справа)



**Рис.2.** Поверхности температурных полей  $t=20 \text{ с}$  (слева) и  $t=30 \text{ с}$  (справа)

## Выводы

На основании предлагаемой методики возникает интерес осуществить тестирование нестационарного температурного поля пластины гексагональной формы с шестью термоэлементами.

## Список литературы

1. Хомченко А.Н. Конструирование серендиповых поверхностей, нечувствительных к изменению функций формы / А. Н. Хомченко, С. О.

Камаева // Научные заметки. Межвуз. сб. — Луцк: ЛГТУ, 2008. — Вып. 22. — С. 366-371.

2. Хомченко А. Н. Дискретные модели температурных полей в областях сложной формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Краевые задачи для дифференциальных уравнений: сб. науч. раб. / Чернов. нац. ун-т им. Ю. Федьковича. — Черновцы, 2008. — Вып. 16. — С. 293–311.
3. Хомченко А. Н. Геометрическое моделирование стационарных тепловых полей в областях сложной формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Прикладная геометрия и инженерная графика. — Мелитополь, 2008. — С. 34–43. — (Труды / Тавр. гос. агротехнол. ун-т ; т. 38, вып. 4).
4. Пат. на изобретение 85889 Украина, МПК G 01 K 7/00, G 01 K 7/42. Способ определения температурного поля / Хомченко А. Н., Камаева С. О.; заявители и патентообладатели Хомченко А. Н., Камаева С. О. — № 200701524; заявл. 13.02.07; опубл. 10.03.09, Бюлл. № 5. — 4 с.
5. Хомченко А. Н. Критерий инвариантности температурных полей серендиповых элементов относительно альтернативных функций формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Современные проблемы математического моделирования, прогнозирования и оптимизации: Междунар. науч. конф., Каменец-Подольский, 5-6 июня. 2008 г.: материалы. — Каменец-Подольский, 2008. — Вып. 1. — С. 191–196.
6. Камаева С. О. Восстановление температурного поля пластины невыпуклой формы / С. О. Камаева // Эффективные инструменты современных наук — 2009: V Междунар. науч.-практ. конф., Днепропетровск, 27 апр. - 5 мая. 2009 г. : тез. докл. — Прага; Днепропетровск, 2009. — Т. 14. — С.23–26.
7. Камаева С. О. Ансамблирование конечных элементов с альтернативными базисами / С. О. Камаева // Актуальные проблемы современных наук — 2009: V Междунар. науч.-практ. конф., Днепропетровск, 7-15 июня. 2009 г. : тез. докл. — Польша; Днепропетровск, 2009. — Т. 21. — С. 74–76.