Д. О. Топчий, А. Н. Хомченко

Черноморский государственный университет, Украина

Тестирование нестационарного температурного поля пластины гексагональной формы с шестью термоэлементами

На основе гексагонального конечного элемента, предложен метод нахождения температуры в любой момент времени.

Ключевые слова: серендипов конечный элемент, базисная функция, температурное поле, динамические термоэлементы.

Постановка проблемы в общем виде

Дискретный элемент в форме правильного шестиугольника (гексагона) с узлами интерполяции в вершинах широко применяется в расчетах ядерных реакторов и других конструкций с фрагментами сотовой геометрии [1,2]. Попытка построить средствами матричной алгебры стандартный шестипараметрический полином, решающий задачу лагранжевой интерполяции на гексагоне, оказалась неудачной [1], так как привела к вырождению СЛАУ. Эта особенность гексагона стимулировала развитие геометрических подходов к построению гексагональных функций формы. В последнее время в инженерной практике при решении граничных задач все чаще применяется дискретное моделирование, которое открывает путь к широкому использованию численных методов, ориентированных на ЭВМ. При этом важную роль играют серендиповые конечные элементы, которые в комбинации с элементами треугольной формы аппроксимируют области сложной конфигурации. Как известно, влияние базиса на исследуемое поле элемента очень велико: некоторые базисы в отдельных точках занижают поле, а некоторые – завышают его. С помощью компьютерного тестирования удалось обнаружить явление стойкости серендиповых поверхностей по отношению к базису. Были сформулированны условия стойкости поля относительно базиса на серендиповых элементах 2-го, 3-го и 4-го порядков, как в двумерном, так и в трехмерном пространствах. Фактически, предшественники рассматривали аспекты стационарного температурного поля [3-9].

Поставим задачу: исследовать влияние термоэлементов, которые работают в собственных температурных режимах, на формообразование (рельеф) температурного поля.

Анализ публикаций

Данная работа имеет истоки исследований [3-9].

Цель статьи

Основная цель статьи – нахождение температуры в произвольной точке пластины гексагональной формы в любой момент времени.

Основная часть

Наличие серендипового конечного элемента предоставляет возможность сформулировать краевую задачу на гексагоне с дискретными условиями Дирихле на границе. Зададим температурные режимы термоэлементов в шести узлах конечного элемента:

$$\begin{aligned} &T_1(t) = \cos t;\, T_2(t) = \sin t;\, T_3(t) = \cos(2t + \frac{\pi}{6});\, T_4(t) = \sin(3t + \frac{\pi}{6}); \\ &T_5(t) = \cos(3t + \frac{\pi}{2}); \quad T_6(t) = \sin(4t + \frac{\pi}{3}). \end{aligned} \tag{1}$$

Температура в произвольной точке пластины гексагональной формы и в любой момент времени определяется следующей формулой:

$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^{6} N_i(x, y) \bullet T_i(t) \tag{2}$$

где $N_i(x, y)$ – базисные функции гексагона, $T_i(t)$ – температурные режимы термоэлементов.

Базис гексагона [10]:

$$
\begin{aligned}
N_1(x,y) &= \frac{1}{18}(2x^2+3x+1)(3-4y^2),\\
N_2(x,y) &= \frac{1}{36}(x+\sqrt{3}y+1)(x+\sqrt{3}y+2)(3-3x^2+2xy\sqrt{3}-y^2),\\
N_3(x,y) &= \frac{1}{36}(-x+\sqrt{3}y+1)(-x+\sqrt{3}y+2)(3-3x^2-2xy\sqrt{3}-y^2),\\
N_4(x,y) &= \frac{1}{9}(\frac{1}{2}-x)(1-x)(3-4y^2),\\
N_5(x,y) &= \frac{1}{36}(-x-\sqrt{3}y+1)(-x-\sqrt{3}y+2)(3-3x^2+2xy\sqrt{3}-y^2),\\
N_6(x,y) &= \frac{1}{36}(x-\sqrt{3}y+1)(x-\sqrt{3}y+2)(3-3x^2-2xy\sqrt{3}-y^2).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

С помощью систем автоматизированного проектирования Mathcad 14 и Компас 11 были созданы поверхности температурных полей (2). Продемонстрируем скриншоты (рис.1, рис.2) в следующие моменты времени: t = 0, 10 с, 20 с, 30 с.

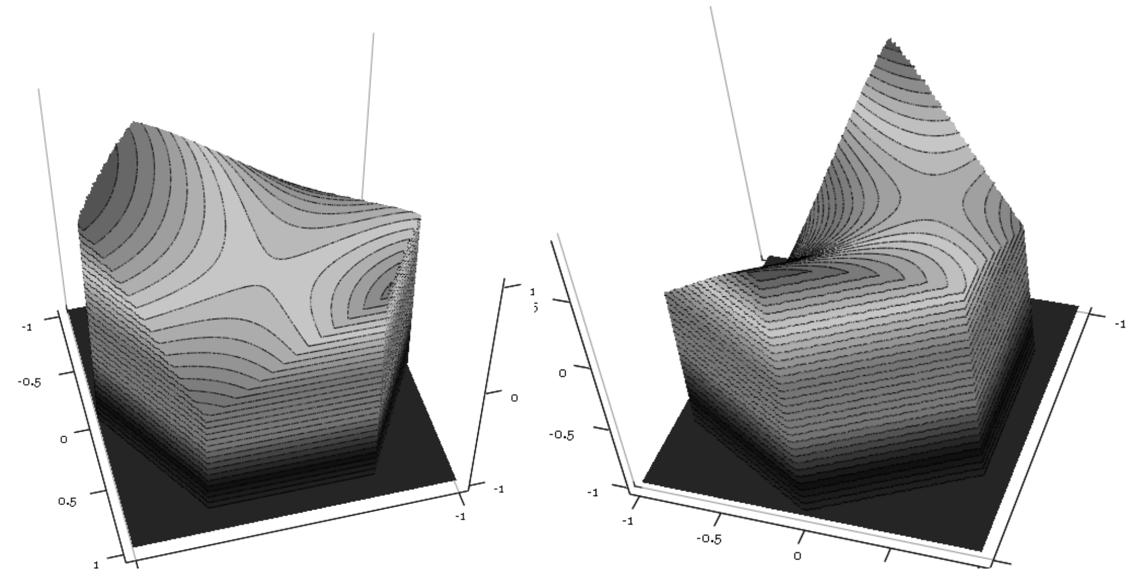

Рис.1. Поверхности температурных полей t=0 (слева) і t=10 с (справа)

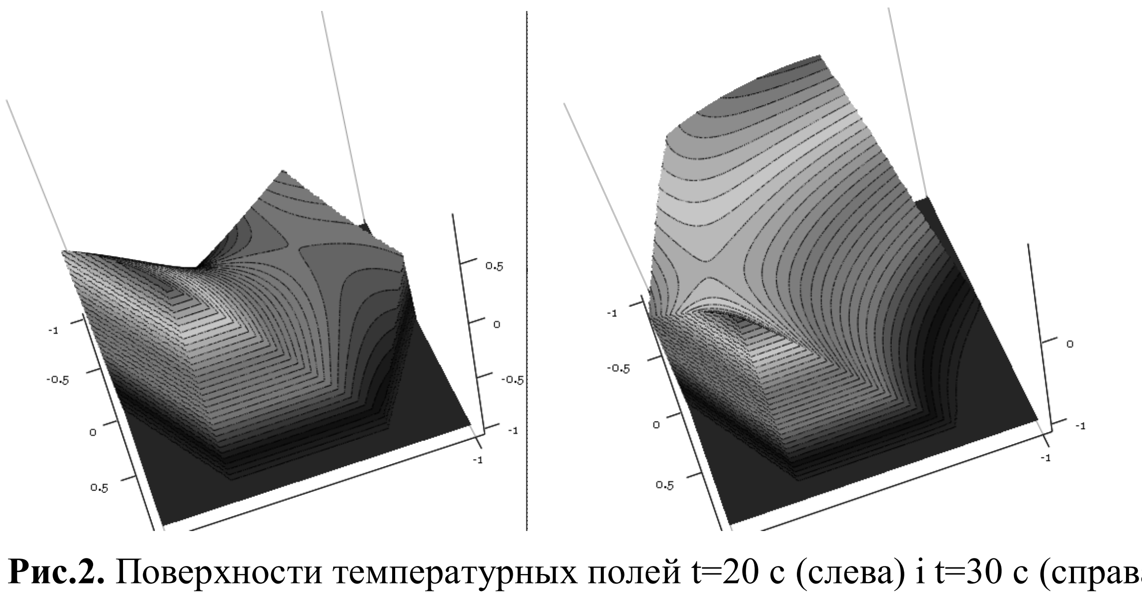

Рис.2. Поверхности температурных полей t=20 с (слева) і t=30 с (справа)

Выводы

На основании предлагаемой методики возникает интерес осуществить тестирование нестационарного температурного поля пластины октагональной формы с восемью термоелементами.

Список литературы

1. Ishiguro M. Construction of hexagonal basis functions applied in the Galerkin-type finite element method // J. Inf. Process. 1984. V. 7, №2. – P.89-95.
2. Хомченко А.Н. К расчету температурных полей в сотовых структурах методом конечных элементов // Инж.-физ. журнал. – 1987. – Т.52, №2. – С.301-305.
3. Хомченко А.Н. Конструирование серендиповых поверхностей, нечувствительных к изменению функций формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Научные заметки. Межвуз. сб. — Луцк: ЛГТУ, 2008. — Вып. 22. — С. 366-371.
4. Хомченко А. Н. Дискретные модели температурных полей в областях сложной формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Краевые задачи для дифференциальных уравнений: сб. науч. раб. / Чернов. нац. ун-т им. Ю. Федьковича. – Черновцы, 2008. – Вып. 16. – С. 293–311.
5. Хомченко А. Н. Геометрическое моделирование стационарных тепловых полей в областях сложной формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Прикладная геометрия и инженерная графика. – Мелитополь, 2008. – С. 34–43. – (Труды / Тавр. гос. агротехнол. ун-т ; т. 38, вып. 4).
6. Пат. на изобретение 85889 Украина, МПК G 01 K 7/00, G 01 K 7/42. Способ определения температурного поля / Хомченко А. Н., Камаева С. О.; заявители и патентообладатели Хомченко А. Н., Камаева С. О. – № 200701524; заявл. 13.02.07; опубл. 10.03.09, Бюлл. № 5. – 4 с.
7. Хомченко А. Н. Критерий инвариантности температурных полей серендиповых элементов относительно альтернативных функций формы / А. Н. Хомченко, С. О. Камаева // Современные проблемы математического моделирования, прогнозирования и оптимизации: Междунар. науч. конф.,

Каменец-Подольский, 5-6 июня. 2008 г.: материалы. – Каменец-Подольский, 2008. – Вып. 1. – С. 191–196.

8. Камаева С. О. Восстановление температурного поля пластины невыпуклой формы / С. О. Камаева // Эффективные инструменты современных наук – 2009: V Междунар. науч.-практ. конф., Днепропетровск, 27 апр. - 5 мая. 2009 г. : тез. докл. – Прага; Днепропетровск, 2009. – Т. 14. – С.23–26.
9. Камаева С. О. Ансамблирование конечных элементов с альтернативными базисами / С. О. Камаева // Актуальные проблемы современных наук – 2009: V Междунар. науч.-практ. конф., Днепропетровск, 7-15 июня. 2009 г. : тез. докл. – Польша; Днепропетровск, 2009. – Т. 21. – С. 74–76.
10. Хомченко А.Н., Моисеенко С.В., Цыбуленко О.В., Моделирование трансляционных функций формы на гексагоне // Научно-техн. Журнал "Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы" – 2005. – №2(16). – С.32–24.