

Захарова О.А., Нуртазинова А.Ш.

Павлодарский государственный университет, им С.Торайгырова, Казахстан

История возникновения интегрального исчисления.

История понятия интеграла тесно связана с задачами нахождения квадратур, когда задачами о квадратуре той или иной плоской фигуры математики Древней Греции и Рима называли задачи на вычисление площадей. Латинское слово «quadratura» переводится как «придание квадратной формы». Необходимость в специальном термине объясняется тем, что в Античное время не были развиты представления о действительных числах, поэтому математики оперировали с их геометрическими аналогами или скалярными величинами. Тогда задачи на нахождение площадей формулировались, как задача «о квадратуре круга»: построить квадрат, равновеликий данному кругу. Ученым, предвидевшим понятие интеграла, был древнегреческий учёный Евдокс Книдский, живший примерно в 408-355 годах до нашей эры. Он дал полное доказательство теоремы об объёме пирамиды, теоремы о том, что площади двух кругов относятся как квадраты их радиусов. Для доказательства он применил метод «исчерпывания», который нашёл своё использование в трудах его последователей. [1] Вслед за Евдоксом метод «исчерпывания» и его варианты для вычисления объёмов и площадей применял древний учёный Архимед. Успешно развивая идеи своих предшественников, он определил длину окружности, площадь круга, объём и поверхность шара. Он показал, что определение объёмов шара, эллипсоида, гиперболоида и параболоида вращения сводится к определению объёма цилиндра. Архимед предвосхитил многие идеи интегральных методов, но потребовалось свыше полутора тысяч лет, прежде чем они получили чёткое математическое оформление и превратились в интегральное исчисление. Через две тысячи лет метод «исчерпывания» был преобразован в метод интегрирования, с помощью которого удалось объединить самые разные задачи – от вычисления площадей, объёмов до вычисления массы тела,

работы, давления, электрического заряда, светового потока и многого другого.

Основные понятия и теория интегрального и дифференциального исчисления связаны с операциями дифференцирования и интегрирования, а также их применение к решению прикладных задач. Теория была разработана в конце 17 века и основывалась на идеях, сформулированных европейским учёным И. Кеплером. Он в 1615 году нашёл формулы для вычисления объёма бочки и для объёмов самых различных тел вращения. Для каждого из тел Кеплеру приходилось создавать новые, зачастую очень хитроумные, методы, что было крайне неудобно. Попытка найти общие, но главное простые методы решения подобных задач и привела к возникновению интегрального исчисления, теорию которого И. Кеплер развивал в своём сочинении «Новая астрономия», вышедшего в 1609 году.

[2] В 1615 году он написал сочинение «Стереометрия винных бочек», где правильно вычислил ряд площадей, например, площадь фигуры ограниченной эллипсом и объёмов, при этом тело разрезалось на бесконечно-тонкие пластинки. Эти исследования были продолжены итальянскими математиками Б. Кавальери и Э. Торричелли. В 17 веке были сделаны многие открытия, относящиеся к интегральному исчислению. Так, П. Ферма в 1629 году рассмотрел задачу квадратуры любой кривой, нашёл формулу для их вычисления и на этой основе решил ряд задач на нахождение центров тяжести. И. Кеплер при выводе своих знаменитых законов движения планет фактически опирался на идею приближенного интегрирования. И. Барроу, учитель Ньютона, близко подошел к пониманию связи интегрирования и дифференцирования. Большое значение имели работы английских учёных по представлению функций в виде степенных рядов. [5]

Немецкий учёный Г. Лейбниц одновременно с английским учёным И. Ньютоном разработал основные принципы дифференциального и интегрального исчисления в 80-х годах 17 века. Теория приобрела силу после того, как Лейбницем и Ньютоном было доказано, что дифференцирование и

интегрирование – взаимно обратные операции. Об этом свойстве хорошо знал Ньютон, но только Лейбниц увидел здесь ту замечательную возможность, которую открывает применение символического метода. Интеграл у Ньютона или «флюента» выступал, прежде всего, как неопределённый, то есть как первообразная. Понятие интеграла у Лейбница выступало, напротив, прежде всего в форме определённого интеграла в виде суммы бесконечного числа бесконечно малых дифференциалов, на которые разбивается та или иная величина. Введение понятия интеграла и его обозначений Г. Лейбницем относится к осени 1675 года. Знак интеграла был опубликован в статье Лейбница в 1686 году. Термин «интеграл» впервые в печати употребил швейцарский учёный Я. Бернулли в 1690 году. После чего вошло в обиход и выражение «интегральное исчисление», до этого Лейбниц говорил о «суммирующем исчислении». Вычисление интегралов производили Г. Лейбниц и его ученики, первыми из которых стали братья Яков и Иоган Бернулли. Они сводили вычисления к обращению операции дифференцирования, то есть к отысканию первообразных. Постоянная интегрирования в печати появилась в статье Лейбница в 1694 году.

Среди употреблявшихся Г. Лейбницем специальных способов интегрирования были: замена переменной, интегрирование по частям, а также дифференцирование по параметру под знаком интеграла, что он производил в 1697 году. Г. Лейбницу принадлежит и идея интегрирования рациональных дробей при помощи разложения на простейшие дроби, впоследствии усовершенствованная другими учеными. Применяя открытую общую теорему о степени бинома, И. Ньютон выражал интегралы через бесконечные степенные ряды. Таким образом, были проинтегрированы многие иррациональные функции. Также, применяя замену переменных и некоторые другие приёмы, И. Ньютон установил ряд случаев интегрируемости в алгебраических, логарифмических и обратных тригонометрических функциях интегралов, причем последние два вида функций фигурировали у него в форме величин площадей некоторых

конических сечений, а аналитически могли быть выражены в общем случае с помощью бесконечных рядов. В «Математических анализах натуральной философии», написанных в 1687 году, И. Ньютон фактически приводил вычисления, равносильные вычислению некоторых двойных и тройных интегралов, но соответствующие общие понятия были введены позднее. И. Ньютону, Г. Лейбницу и некоторым их современникам принадлежит применение методов графического интегрирования. При вычислении интегралов с определёнными пределами с помощью неопределённых интегралов как Ньютон, так и Лейбниц пользовались носящей их имя формулой, однако современная терминология была создана только в конце 18 века.

Основные работы по дальнейшему развитию интегрального исчисления в 18 веке принадлежат И. Бернулли и Л. Эйлеру. «Интегральное исчисление» Л. Эйлера, изданное в 1768-1770 годах являлось настольной книгой крупнейших учёных второй половины 18 века. Он называл интеграл с произвольной постоянной – полным, с фиксированной постоянной – частным. Значение частного интеграла при каком-либо значении аргумента давало величину, позднее названную «определённым интегралом». Эйлер систематизировал прежние приёмы вычисления неопределённых интегралов, разработал новые, а также существенно развил теорию определённых интегралов. В развитии интегрального исчисления приняли участие русские математики М.В.Остроградский, В.Я. Буняковский, П.Л.Чебышев. Принципиальное значение имели, в частности, результаты П. Чебышева, доказавшего, что существуют интегралы, не выразимые через элементарные функции. [3] Термин «определённый интеграл» предложил в 1779 году французский учёный П. Лаплас, а современную запись определённого интеграла – в 1819 году французский учёный Ж. Фурье. [4] Строгое изложение теории интеграла появилось только в 19 веке. Решение этой задачи связано с именами О.Коши, немецкого ученого Б.Римана, французского математика Г.Дарбу. Ответы на многие вопросы, связанные с

существованием площадей и объемов фигур, были получены с созданием К. Жорданом теории меры. Различные обобщения понятия интеграла уже в начале нашего столетия были предложены французскими математиками А. Лебегом и А. Данжуа, русским математиком А. Хинчинным.

Литература:

1. Рыбников К. А. История математики.
2. Гейзер Г. И. История математики в школе.
3. Юшкевич А. П. История математики.
4. http://life-prog.ru/2_25317_iz-istorii-vvedeniya-ponyatiya-integral.html
5. <http://xreferat.com/54/608-1-integral-i-ego-primenenie.html>